

UTRATA JEDNOSTEK ZNACZĄCYCH

1) Oblicz

$$f(x) = x [\sqrt{x+1} - \sqrt{x}]$$

x	Computed $f(x)$	True $f(x)$
1	.414210	.414214
10	1.54340	1.54347
100	4.99000	4.98756
1000	15.8000	15.8074
10000	50.0000	49.9988
100000	100.000 ?	158.113

Przyczyna

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \sqrt{101} - \sqrt{100} = 0.0499000$$

b. małe

$$\sqrt{100} = 10.0000, \quad \sqrt{101} = 10.0499$$

bliskie

odejmowanie bliskich sobie liczb (utrata jednostek znaczących)

Jak zaradzić? W tej sytuacji wystarczy

$$f(x) = x \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{1} \cdot \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

Teraz $f(100) = 4.98756$ (prawdziwe (z tą dokładnością))

2) $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ (małe x)

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \cos x \rightarrow 1$$

np. $\cos(0.01) = 0.99995...$

czyli

$$1 - \cos(0.01)$$

$$= 0.0000499...$$

x	Computed $f(x)$	True $f(x)$
0.1	0.4995834700	0.4995834722
0.01	0.4999960000	0.4999958333
0.001	0.5000000000	0.499999583
0.0001	0.5000000000	0.499999996
0.00001	0.0	0.5000000000

cztery jednostki stracone